

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΠΑ.Λ. Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

### ΘΕΜΑ Α.

**A1** Πότε μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**A2** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1 Η μέση τιμή είναι μέτρο διασποράς.

2  $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$ .

3 Η διάμεσος ενός δείγματος επηρεάζεται από ακραίες παρατηρήσεις.

4 Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε θα είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

5 Αν τα όρια  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  υπάρχουν και είναι  $l_1$ ,  $l_2$  αντίστοιχα, τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)g(x)] = l_1 l_2$

**A3** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

1  $f(x) = 1$   $F(x) =$

2  $f(x) = x^p$   $F(x) =$

3  $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$   $F(x) =$

### ΘΕΜΑ Β.

Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές :  $3\omega - 1, 4, 5, 2\omega + 4, 8$

- 1 Αν η μέση τιμή τους είναι 5 , να αποδείξετε ότι  $\omega = 1$
- 2 Για  $\omega = 1$  να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές καθώς και να βρείτε το εύρος και τη διάμεσο του δείγματος.

### ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται η συνάρτηση :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1} & x < 1 \\ 2\beta - \alpha & x = 1 \\ \alpha \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 - 1} & x > 1 \end{cases}$$

- 1 Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
- 2 Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- 3 Να βρείτε τα  $\alpha, \beta$  ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0 = 1$
- 4 Για τις τιμές των  $\alpha, \beta$  που βρήκατε, να υπολογίσετε τα  $f(-1), f(1), f(3)$

### ΘΕΜΑ Δ.

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = \alpha x^2 - 7x + \beta$  με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

Αν η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(2, -4)$  και παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο  $x_0 = \frac{7}{2}$ , τότε :

- 1 Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών  $a$  και  $\beta$ .
- 2 Για  $\alpha = 1$  και  $\beta = 6$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
- 3 Να δείξετε ότι  $f(x) \geq -\frac{25}{4}$ .
- 4 Να βρείτε την αρχική της  $f$  που ικανοποιεί τη σχέση  $F(1) = -\frac{1}{6}$ .
- 5 Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες με εξισώσεις  $x = 0$  και  $x = 2$ .